

УКЛАДАЧ

БОДНАР МИКИТА ОЛЕГОВИЧ

<https://www.instagram.com/mykyta.bodnar/>

<https://t.me/bodnarnik>

НМТ 2024

ЗАВДАННЯ З МАТЕМАТИКИ

18.05.24 – 19.05.24



ЩОДЕННИК АБИТУРІЄНТА
МАТЕМАТИКА З ЩА

 <https://t.me/abitblog>  <https://t.me/abitmath>



3MICT

18.05.2024.....6

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0, \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$$

Степені

$$a^1 = a, a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}} \text{ для } a \in R, n \in N, n \geq 2$$

$$a^0 = 1, \text{ де } a \neq 0 \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ для } a \neq 0, n \in N$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, a > 0, m \in Z, n \in N, n \geq 2$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

Квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac \text{ - дискримінант}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \text{ якщо } D > 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}, \text{ якщо } D = 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Логарифми

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, k \neq 0$$

$$a^{\log_a b} = b \quad \log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

Арифметична прогресія

$$a_n = a_1 + d(n - 1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресія

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$$

Теорія ймовірностей

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Комбінаторика

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n! \quad C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \quad A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Похідна функції

C, a – сталі

$$(C)' = 0$$

$$x' = 1$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(u - v)' = u' - v'$$

$$(Cu)' = Cu'$$

Первісна функції та визначений інтеграл

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$, C – довільна стала
0	C
1	$x + C$
$x^a, a \neq -1$	$\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) - \text{формула Ньютона-Лейбніца}$$

Тригонометрія

$$\sin \alpha = y_a \quad \cos \alpha = x_a \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

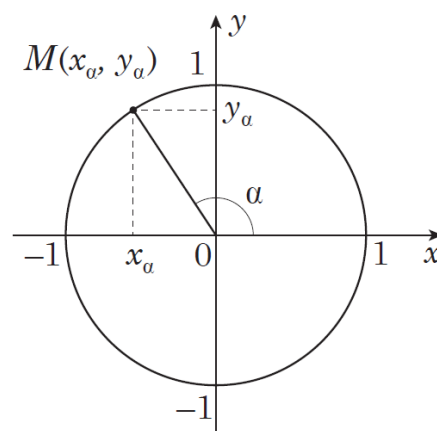
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha \quad \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$



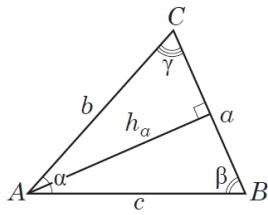
Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

α	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	град	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

ГЕОМЕТРІЯ

Трикутники

Довільний трикутник



$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

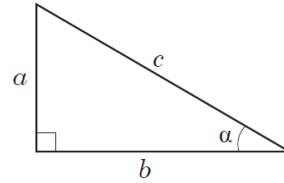
R – радіус кола, описаного навколо трикутника ABC

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \quad S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Прямокутний трикутник

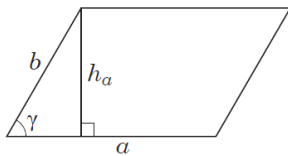
$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (теорема Піфагора)}$$

$$\frac{b}{c} = \cos \alpha \quad \frac{a}{c} = \sin \alpha \quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$



Чотирикутники

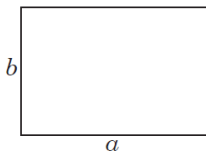
Паралелограм



$$S = ab \sin \gamma$$

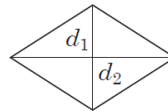
$$S = ah_a$$

Прямокутник



$$S = ab$$

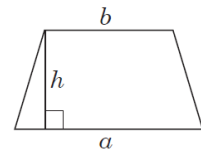
Ромб



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2,$$

d_1, d_2 – діагоналі ромба

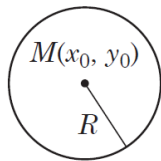
Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h,$$

a і b – основи трапеції

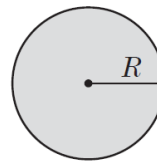
Коло



$$L = 2\pi R$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

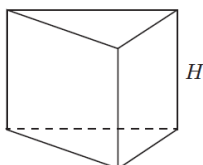
Круг



$$S = \pi R^2$$

Об'ємні фігури й тіла

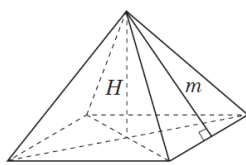
Пряма призма



$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = P_{\text{осн}} \cdot H$$

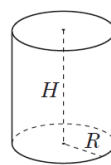
Правильна піраміда



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot m$$

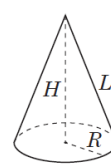
Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_6 = 2\pi R H$$

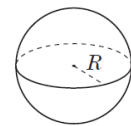
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_6 = \pi R L$$

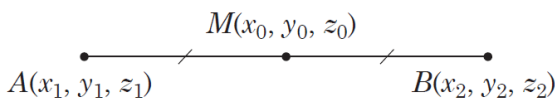
Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Координати та вектори



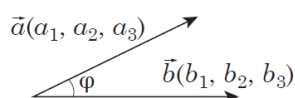
$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$\overline{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



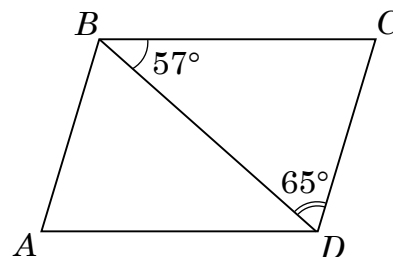
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$$

18.05.2024

Завдання 1–15 мають по п'ять варіантів відповіді, з яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильний варіант відповіді й позначте його.

1. У паралелограмі $ABCD$ діагональ BD утворює зі сторонами BC і CD кути 57° і 65° (див. рисунок). Визначте градусну міру кута ABC .



А	Б	В	Г	Д
122°	58°	98°	132°	112°

2. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} \frac{8}{x} = -2, \\ x + \frac{y}{2} = 0. \end{cases}$$

А	Б	В	Г	Д
$(-4; -8)$	$(-4; 8)$	$(0,25; -0,5)$	$(-0,25; 0,5)$	$(4; -8)$

3. Доберіть закінчення речення так, щоб утворилося правильне твердження: «Висота конуса та його твірна лежать на прямих, що...

- А лежать в одній площині».
- Б паралельні».
- В не мають спільних точок».
- Г перпендикулярні».
- Д мимобіжні».

4. Знайдіть значення виразу $\frac{1}{3}m + \frac{1}{5}n$, якщо $m = -18$, $n = 55$.

А	Б	В	Г	Д
-5	-17	2	5	17

5. Ціна акції компанії зросла на 600 грн, що становить 5 % від її початкової ціни. Якою була початкова ціна акції?

А	Б	В	Г	Д
120 000 грн	12 000 грн	30 000 грн	1200 грн	3000 грн

6. $\frac{(x^5)^2}{x^{-5}} =$

А	Б	В	Г	Д
x^2	x^{12}	x^{15}	x^{-2}	x^5

7. Які з наведених тверджень є правильними?

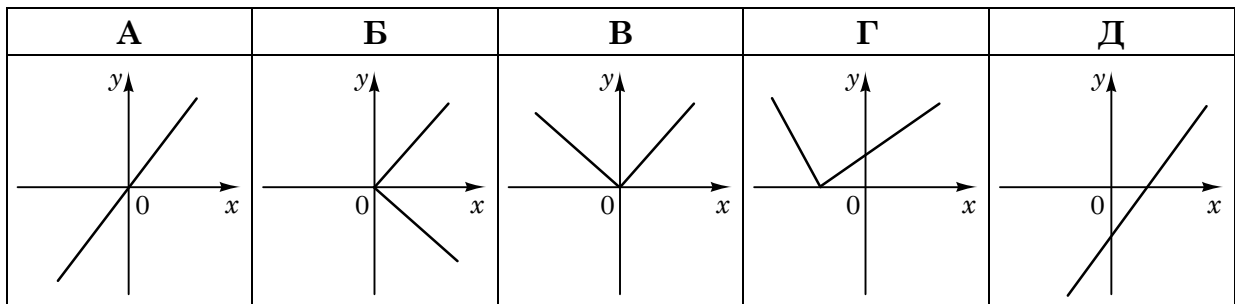
- I. Існує трапеція, у якої одна з бічних сторін перпендикулярна до її основ.
 II. Існує трапеція, у якої суми протилежних сторін рівні.
 III. Існує трапеція, у якої суми протилежних кутів рівні.

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II	лише III	лише II та III	I, II та III

8. Скільки всього цілих чисел містить проміжок $[-1; \log_4 16]$?

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	6

9. Укажіть графік непарної функції.



10. Комп'ютерна програма видаляє у п'ятицифровому числі одну цифру навмання. Яка ймовірність того, що в числі 37281 буде видалено цифру 1 або цифру 2?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$

11. Визначте об'єм правильної чотирикутної піраміди, площа основи якої дорівнює 36 см^2 , а висота дорівнює стороні основи.

А	Б	В	Г	Д
36 см^3	72 см^3	144 см^3	432 см^3	216 см^3

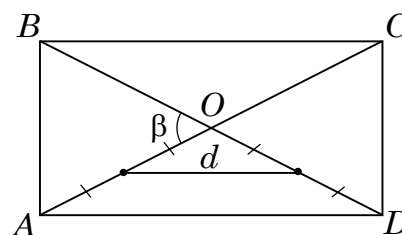
12. Розв'яжіть нерівність $x^2 + 2x - 15 \geq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -5] \cup [3; +\infty)$	$[-5; 3]$	$[3; +\infty)$	$(-\infty; -3] \cup [5; +\infty)$	$[-3; 5]$

13. В арифметичній прогресії (a_n) перший член $a_1 = 18,5$, різниця $d = -2,5$. Скільки всього *додатних* членів має ця прогресія?

А	Б	В	Г	Д
6	7	8	9	10

14. Діагоналі BD і AC прямокутника $ABCD$ перетинаються в точці O , $\angle AOB = \beta$ (див. рисунок). Відстань між серединами відрізків AO і DO дорівнює d . Знайдіть площу цього прямокутника.



А	Б	В	Г	Д
$2d^2 \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}$	$4d^2 \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}$	$4d^2 \sin \frac{\beta}{2}$	$\frac{4d^2}{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}$	$\frac{2d^2}{\cos \frac{\beta}{2}}$

15. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $4^x \cdot 5^x = \frac{1}{400}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -10)$	$[-10; -2)$	$[-2; -0,5)$	$[-0,5; 2)$	$[2; +\infty)$

У завданнях 16–18 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

16. Установіть відповідність між твердженням (1–3) та функцією (А – Д), для якої це твердження є правильним.

Твердження

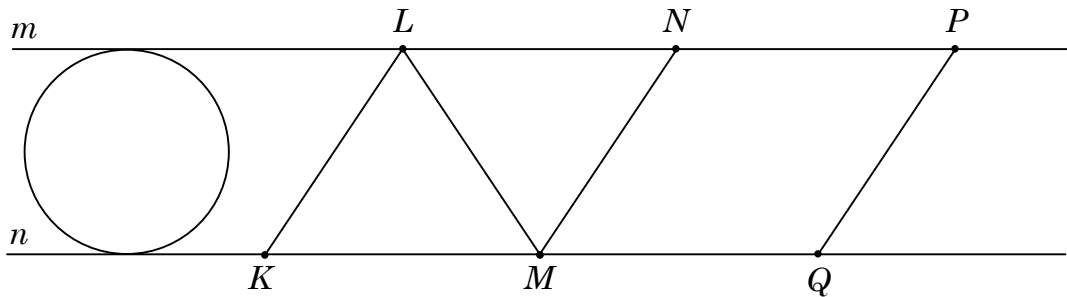
- функція має 2 нулі
- на відрізку $[-1; 3]$ функція набуває від'ємних значень
- найменше значення функції на відрізку $[-1; 3]$ дорівнює 0,5

Функція

- А $y = x^2 - 4$
 Б $y = \frac{1}{x - 4}$
 В $y = 2^x$
 Г $y = 0,5^x$
 Д $y = \sqrt{x + 1}$

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

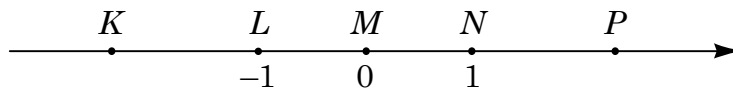
17. Круг, площа якого 36π , дотикається до паралельних прямих m і n (див. рисунок). Точки L, N, P належать прямій m , а точки K, M, Q – прямій n . Трикутник KLM рівносторонній. $MNPQ$ – ромб, площа якого 156 . Установіть відповідність між відрізком (1–3) та його довжиною (А – Д).



Відрізок	Довжина відрізка	
1 діаметр круга	А $8\sqrt{3}$	
2 довжина сторони трикутника KLM	Б 6	
3 довжина сторони ромба $MNPQ$	В 12	
	Г 13	
	Д 15	

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. Установіть відповідність між виразом (1–3) та точкою (А – Д) на координатній прямій (див. рисунок), координатою якою є значення цього виразу.



Вираз	Точка	
1 $\log_{\sqrt{2}} \cos 360^\circ$	А К	
2 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$	Б L	
3 $1 - (\sqrt{2})^2$	В M	
	Г N	
	Д P	

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 19–22. Одержані числові відповіді запишіть у спеціально відведеному місці. Відповідь запишіть лише десятковим дробом, урахувавши положення коми. Знак «мінус» запишіть перед першою цифрою числа.

19. Обчисліть $f'(-1) + \int_1^2 f(x) dx$, якщо $f(x) = 4x^3 - 3$.

Відповідь:

20. У прямокутній системі координат у просторі задано циліндр, осьовим перерізом якого є квадрат $ABCD$. Точки $K(3; -5; 7)$ і $M(11; 1; -3)$ є серединами сторін AD і CD відповідно. Обчисліть площу S бічної поверхні цього циліндра. У відповідь запишіть значення $\frac{S}{\pi}$.

Відповідь: ,

21. На діаграмі відображено результати опитування 1000 клієнтів, які ставили оцінки від 1 до 5. Середня оцінка склала 4,2 бали. За відгуками тих відвідувачів, які оцінили роботу від 1 до 4 включно, середня оцінка 2,5 бали. Скільки людей поставили оцінку «5»?



Відповідь: ,

22. Визначте кількість усіх цілих значень a з проміжку $[-11; 11]$, за кожного з яких рівняння $\sqrt{2x - a + 4} \cdot (\log_2 x - 2) = 0$ має два різних корені.

Відповідь: ,

ПРАВИЛЬНІ ВІДПОВІДІ

Номер завдання	Правильна відповідь
1	А
2	Б
3	А
4	Г
5	Б
6	В
7	Д
8	В
9	А
10	Г
11	Б
12	А
13	В
14	Б
15	В
16	1–А; 2–Б; 3–В
17	1–В; 2–А; 3–Г
18	1–В; 2–Д; 3–Б
19	24
20	400
21	680
22	7